7 Le choix du consommateur en concurrence parfaite : le cas usuel

La concurrence parfaite suppose que chaque agent prend sa décision (fait son choix) sur la base de prix donnés, en pensant que ceux-ci ne sont pas influencés par sa décision (il agit en « preneur de prix » – *cf.* fiche 6).

Avec ces hypothèses le consommateur choisit le panier de biens $Q = (q_1, \ldots, q_n)$ qui maximise son utilité $U(q_1, \ldots, q_n)$ tout en vérifiant sa *contrainte budgétaire* :

$$p_1q_1 + \ldots + p_nq_n \leqslant R,$$

pour des prix $p_1, \ldots, p_n$ et un revenu R donnés.

Le contenu du panier choisi dépend, entre autres, de la forme de la relation de préférence du consommateur, et donc de celle de sa fonction d'utilité $U(\cdot)$. Dans cette fiche, on résout le cas le plus simple du point de vue du traitement mathématique (le « cas usuel »), celui où les courbes d'indifférence du consommateur sont « de type hyperbolique » (*cf.* fiche 2). On va supposer qu'il n'y a que deux biens, ce qui n'est pas très restrictif, le raisonnement étant le même avec n biens (on considère alors tous les couples possibles de biens).

I Le choix du consommateur dans le cas usuel

Ce choix – qui se traduit par une *demande* de biens de sa part – peut être déterminé de trois façons différentes : par une étude graphique, par le raisonnement, par le calcul.

A. Le choix du consommateur par l'étude graphique

Cette étude est faite dans la figure 7.1, où il apparaît que le panier choisi $Q^* = (q_1^*, q_2^*)$ est sur la courbe d'indifférence « la plus haute » tout en ayant au moins un point commun avec la droite de budget. Comme les courbes d'indifférence sont convexes, le panier demandé Q^* est unique ; comme elles sont asymptotes aux axes, ce panier se trouve « à l'intérieur » du segment AB (et non dans les « coins » A ou B).

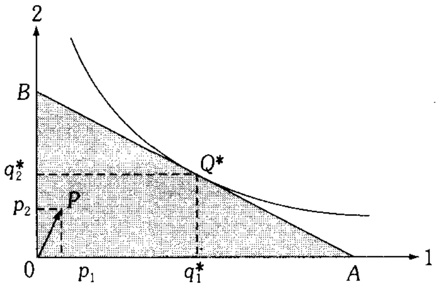

Figure 7.1

Ce qui caractérise le panier Q^*, outre le fait qu'il se trouve sur la droite de budget AB, c'est que la courbe d'indifférence et la droite de budget y sont tangentes. Or la pente de la tangente en un point à une courbe d'indifférence est, par définition et au signe près, le *taux marginal de substitution (TMS) des deux biens* au point considéré (*cf.* fiche 2), tandis que la pente de la droite de budget est donnée par le rapport des prix des deux biens. Par conséquent, ce qu'indique la figure 7.1, c'est que le consommateur choisit, parmi les paniers de biens qui vérifient sa contrainte budgétaire, celui qui égalise le TMS entre les deux biens au rapport de leurs prix.

B. Le choix du consommateur par le raisonnement économique direct

On part de la constatation suivante : le consommateur a intérêt à faire des échanges – et donc d'augmenter sa satisfaction – tant que son taux d'échange « subjectif » (donné par son TMS) est différent du taux d'échange « objectif », indépendant de lui, donné par le rapport des prix. Par conséquent, le panier demandé $Q^* = (q_1^*, q_2^*)$, celui qui maximise sa satisfaction, doit être tel qu'il épuise les possibilités d'échanges avantageux pour lui ; autrement dit, il doit être tel qu'il égalise son taux marginal de substitution au rapport des prix. Condition qui s'écrit, plus précisément :

$$\mathrm{TMS}_{2/1}(q_1^*, q_2^*) = \frac{p_1}{p_2}.$$

À cette condition s'ajoute la contrainte budgétaire :

$$p_1 q_1^* + p_2 q_2^* = R.$$

La solution – unique, dans le cas usuel – du système formé par ces deux équations, dont les inconnues sont q_1^* et q_2^*, donne le choix du consommateur (ses demandes des biens 1 et 2).

C. Le choix du consommateur par le calcul

On peut procéder de deux façons.

• **La méthode directe :** on constate qu'on peut mettre la contrainte budgétaire sous la forme : $q_2 = (R - p_1 q_1)/p_2$, ce qui permet de l'incorporer dans la fonction d'utilité et donc de chercher le maximum de la fonction $f(\cdot)$ d'une seule variable (et sans contrainte), définie par :

$$f(q_1) = U(q_1, \frac{R - p_1 q_1}{p_2}).$$

Si (q_1^*, q_2^*) maximise l'utilité – sous la contrainte budgétaire – alors il faut que :

$$f'(q_1^*) = 0.$$

Mais comme on a, par dérivation en chaîne (*cf.* fiche 26) :

$$f'(q_1) = U'_{q_1}(q_1, \frac{R - p_1 q_1}{p_2}) + U'_{q_2}(q_1, \frac{R - p_1 q_1}{p_2})(-\frac{p_1}{p_2}),$$

la condition $f'(q_1^*) = 0$ s'écrit, sachant que $q_2^* = (R - p_1 q_1^*)/p_2$:

$$U'_{q_1}(q_1^*, q_2^*) + U'_{q_2}(q_1^*, q_2^*)(-\frac{p_1}{p_2}) = 0.$$

D'où, si $U'_{q_2}(q_1^*, q_2^*) \neq 0$:

$$\frac{U'_{q_1}(q_1^*, q_2^*)}{U'_{q_2}(q_1^*, q_2^*)} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Or, comme $U'_{q_1}(q_1^*, q_2^*) / U'_{q_2}(q_1^*, q_2^*) = \mathrm{TMS}_{2/1}(q_1^*, q_2^*)$ (*cf.* fiche 3), on retrouve la condition d'égalité entre le taux marginal de substitution et le rapport des prix qui caractérise le choix du consommateur dans le cas usuel.

➔ *Remarque*

Le graphe de l'ensemble des paniers de biens qui vérifient la condition d'optimalité, quel que soit le revenu, est appelé *courbe d'Engel*, ou *sentier d'expansion*.

APPLICATIONS

1. On considère la relation de préférence représentée par la fonction d'utilité $U(\cdot)$ – « de Cobb-Douglas » – définie par :

$$U(q_1,q_2) = q_1^{\alpha} q_2^{\beta} \qquad \text{avec } \alpha > 0,\ \beta > 0.$$

Les courbes d'indifférence, pour cette fonction d'utilité, étant de type hyperbolique (*cf.* fiche 3), on est dans le cas usuel. Comme : $U'_{q_1}(q_1,q_2) = \alpha q_1^{\alpha-1} q_2^{\beta}$ et $U'_{q_2}(q_1,q_2) = \beta q_1^{\alpha} q_2^{\beta-1}$, et comme le taux marginal de substitution est donné par le rapport de ces expressions, il s'ensuit que :

$$\text{TMS}_{2/1}(q_1,q_2) = \frac{\alpha q_2}{\beta q_1}.$$

La condition d'optimalité s'écrit donc, dans le cas présent :

$$\frac{\alpha q_2}{\beta q_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

À cette condition s'ajoute la contrainte budgétaire :

$$p_1q_1 + p_2q_2 = R.$$

On est en présence d'un système de deux équations à deux inconnues (q_1 et q_2), dont on note la solution q_1^* et q_2^*. De la première, on tire :

$$q_2^* = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2} q_1^*.$$

Le *sentier d'expansion* est donc une droite issue de l'origine et de pente $\beta p_1/\alpha p_2$. En remplaçant dans la contrainte budgétaire, il vient :

$$p_1q_1^*(1 + \frac{\beta}{\alpha}) = R,$$

et donc :

$$q_1^* = \frac{\alpha R}{p_1(\alpha + \beta)} \text{ et } q_2^* = \frac{\beta R}{p_2(\alpha + \beta)}.$$

C'est le choix du consommateur, *sa demande* des biens 1 et 2. On notera que la demande de chacun des biens ne dépend que de son seul prix : c'est là une particularité des fonctions d'utilité de Cobb-Douglas.

2. On considère la relation de préférence représentée par la fonction d'utilité $U(\cdot)$ (dite *additivement séparable*) définie par l'égalité:

$$U(q_1,q_2) = a \times q_1^{\alpha} + b \times q_2^{\beta},$$

où α et β sont tous deux strictement compris entre 0 et 1, a et b étant strictement positifs.

On n'est pas tout à fait dans le cas usuel, puisque les courbes d'indifférence (strictement convexes) ne sont pas asymptotes aux axes (*cf.* fiche 3, application 2). Néanmoins, comme le taux marginal de substitution décroît de $+\infty$ à 0 le long de ces courbes (*cf.* fiche 3), la condition d'égalisation du TMS au rapport de prix s'applique sans restriction,comme dans le cas usuel. Le choix du consommateur (q_1^*, q_2^*) vérifie donc les deux équations :

$$\text{TMS}_{2/1}(q_1^*,q_2^*) = \frac{p_1}{p_2}.$$

et :

$$p_1q_1^* + p_2q_2^* = R.$$

La figure 7.2 donne un exemple de ce choix.

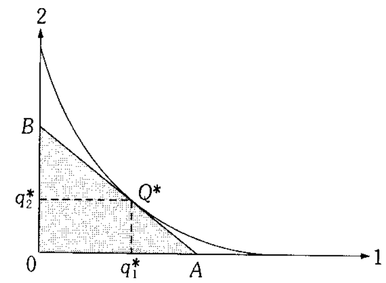

Figure 7.2

Les notations étant relativement lourdes dans le cas général, on va faire les calculs dans le cas où : $U(q_1,q_2) = 2\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}$. Le choix du consommateur (q_1^*, q_2^*) est donc tel que :

$$\frac{2\sqrt{q_2^*}}{\sqrt{q_1^*}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

D'où :

$$q_2^* = (\frac{p_1}{2p_2})^2 q_1^*$$

(le sentier d'expansion est donc une droite passant par l'origine et de pente $(p_1/2p_2)^2$). Si on remplace dans la contrainte budgétaire $p_1q_1 + p_2q_2 = R$, on obtient la demande du bien 1 :

$$q_1^* = 4p_2R/p_1(p_1 + 4p_2),$$

puis celle du bien 2 :

$$q_2^* = p_1R/p_2(p_1 + 4p_2).$$