1 Biens et paniers de biens

I La notion de bien

La microéconomie s'intéresse essentiellement à la production et à l'échange de biens. Elle doit donc, avant toute chose, préciser ce qu'elle entend par « bien », surtout lorsqu'elle fait appel aux symboles mathématiques (qui supposent des définitions précises, pour l'interprétation des résultats obtenus).

Du point de vue de l'économiste, un bien est caractérisé par trois paramètres :

- ses propriétés physiques ;
- le lieu où il est disponible (sa localisation) ;
- la date à laquelle il est disponible.

Les propriétés physiques peuvent être plus ou moins détaillées (« pomme », ou « pomme golden », etc.) ; la prise en compte de la localisation permet d'envisager des questions telles que le transport des marchandises d'un endroit à un autre ; la date de disponibilité joue un rôle essentiel dès qu'on s'intéresse aux problèmes de délais dans la production et, plus généralement, à tout ce qui a trait à l'épargne et à l'investissement.

Afin de tenir compte de tous ces paramètres, la quantité d'un bien de type j disponible au lieu l et à l'instant t peut – ou devrait – être notée : q_{jlt}.

Toutefois, comme cette notation est particulièrement lourde, on se contente généralement d'écrire q_i au lieu de q_{jlt}, l'indice i pouvant alors désigner, selon le problème étudié, le type de bien, sa localisation ou la date où il est disponible. Sur le plan mathématique, cette simplification n'a pas d'importance. Mais elle peut évidemment en avoir sur le plan économique, la différence entre deux types de biens disponibles « aujourd'hui » pouvant ne pas être de même nature que la différence entre un bien disponible aujourd'hui et un bien disponible à une date ultérieure (en raison, notamment, de l'incertitude sur le futur). D'ailleurs, une des principales caractéristiques de la concurrence parfaite (*cf.* fiche 6) est de gommer cette différence – en supposant que les prix des biens futurs sont connus, comme ceux des biens présents.

II La notion de panier de biens

Dans une économie où il y a n biens différents, éventuellement datés et localisés, on considère des *paniers de biens* de la forme :

$$(q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$$

où q_i désigne une quantité du bien i ($i = 1, \dots, n$) ; il est généralement supposé que cette quantité est positive ou nulle. Par la suite, on désignera par des majuscules les paniers de biens (par exemple : $Q = (q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$).

Les paniers de biens à n éléments sont donc des vecteurs de $\mathbb{R}^n_+$, avec lesquels deux types d'opérations sont possibles :

- la *somme*, qui consiste à additionner deux à deux les quantités des mêmes biens ; soit :

$$(q_1, \dots, q_i, \dots, q_n) + (q'_1, \dots, q'_i, \dots, q'_n) = (q_1 + q'_1, \dots, q_i + q'_i, \dots, q_n + q'_n),$$

  le panier obtenu étant noté $Q + Q'$, si $Q' = (q'_1, \dots, q'_i, \dots, q'_n)$;
- l'*homothétie*, ou produit par un scalaire, qui consiste à multiplier par un même nombre (généralement positif) tous les éléments d'un panier de biens ; soit :

$$k(q_1, \dots, q_i, \dots, q_n) = (kq_1, \dots, kq_i, \dots, kq_n)$$

  le panier obtenu étant noté kQ.

APPLICATION

Dans le cas où il n'y a que deux biens, les opérations avec les paniers de biens peuvent être représentées graphiquement, dans un plan cartésien. Ainsi, dans la figure 1.1, on a représenté les paniers :

$$Q = (1,2)\ ,\ Q' = (3,1)\ ,\ Q + Q' = (4,3)\ ,\ 2Q = (2,4)$$

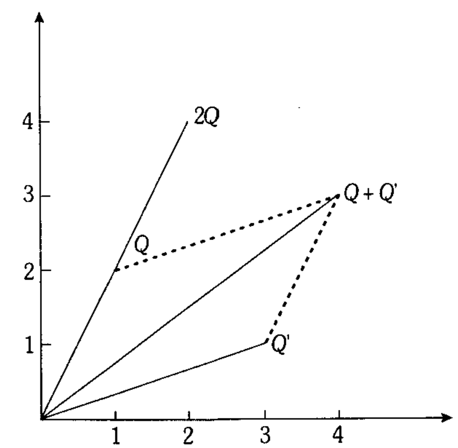

Figure 1.1

III Mélanges de paniers de biens

Les paniers de biens peuvent être additionnés ou multipliés par un scalaire, mais ils peuvent aussi être mélangés. Le panier :

$$\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}Q'$$

formé en additionnant une moitié du panier Q et une moitié du panier Q', est un exemple de « mélange » des paniers Q et Q'.

De façon plus générale, on appelle *mélange des paniers* Q et Q' toute expression de la forme :

$$\lambda Q + (1 - \lambda)\, Q'$$

où λ est compris entre 0 et 1 (il en est donc de même pour $1 - \lambda$).

L'ensemble des paniers de biens obtenus en mélangeant Q et Q' est représenté graphiquement par un *segment de droite*, qui joint Q à Q'. La figure 1.2 donne un exemple de représentation graphique d'un tel ensemble, dans le cas où il n'y a que deux biens.

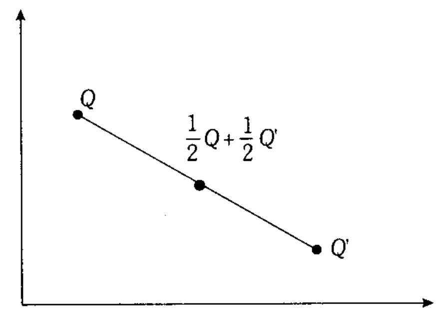

Figure 1.2

IV Contraintes linéaires sur les paniers de biens

En microéconomie, on rencontre souvent le cas où les éléments de certains paniers de biens sont soumis à des contraintes linéaires ; lorsqu'il n'y a que deux biens, celles-ci sont de la forme :

$$a_1 q_1 + a_2 q_2 = c, \tag{1.1}$$

a_1, a_2 et c étant des nombres donnés (des *paramètres*).

Graphiquement, les paniers (q_1, q_2) qui vérifient (1.1) sont représentés par une droite qui coupe l'axe des abscisses au point c/a_1 (si $a_1 \neq 0$) et celui des ordonnées au point c/a_2 (si $a_2 \neq 0$). Si $a_2 \neq 0$, on peut écrire (1.1) sous la forme :

$$q_2 = -\frac{a_1}{a_2} q_1 + c. \tag{1.2}$$

La droite dont l'équation est (1.2) a pour pente $-a_1/a_2$; elle est donc perpendiculaire au vecteur (a_1, a_2). Ainsi, lorsqu'on représente graphiquement une droite dont l'équation est de la forme (1.2), il peut être utile de faire apparaître ses *coefficients directeurs* a_1 et a_2 ; pour cela, on représente le vecteur (a_1, a_2), issu de l'origine, et perpendiculaire à la droite, comme dans la figure 1.3. Réciproquement, la connaissance du vecteur des coefficients directeurs d'une droite et d'un point Q de celle-ci suffit pour la tracer (pour cela, on élève, à partir du point Q, la perpendiculaire au vecteur des coefficients directeurs).

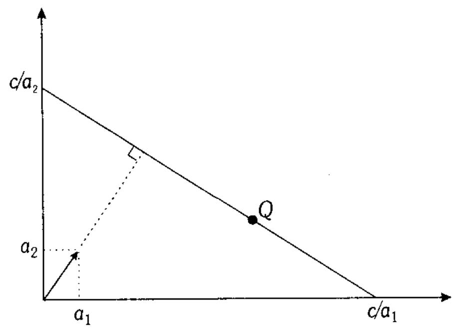

Figure 1.3

2 Le consommateur : l'approche ordinale

Le consommateur – ou *ménage* – est une des unités de décision essentielles de la microéconomie (l'autre étant le producteur).

Il est caractérisé par sa dotation initiale et ses goûts.

La *dotation initiale* du consommateur est l'ensemble des ressources dont il dispose, pour sa consommation ou pour faire des échanges. Pour un système de prix donné, la valeur prise par la dotation initiale est le *revenu* du consommateur (ou sa *richesse*, si les biens futurs sont pris en compte dans la dotation initiale).

Les *goûts du consommateur* sont décrits par sa *relation de préférence*, qui fournit un classement des paniers de biens.

I La relation de préférence

Une relation binaire $\succcurlyeq$ est une relation de préférence sur un ensemble de paniers de biens si elle a les deux propriétés suivantes, quels que soient les paniers de biens Q, Q' et Q'' :

- $Q \succcurlyeq Q$ (elle est *réflexive*) ;
- Si $Q \succcurlyeq Q'$ et $Q' \succcurlyeq Q''$, alors $Q \succcurlyeq Q''$ (elle est *transitive*).

La première propriété (réflexivité) est triviale ; en revanche, la seconde (transivité) est une condition de cohérence (ou de rationalité) : si on préfère le panier Q au panier Q', et si celui-ci est préféré à Q'', alors il est « rationnel » – ou cohérent – de préférer Q à Q''.

Une relation ayant les propriétés 1 et 2 est, par définition, un *préordre*. Si l'ensemble des paniers de biens qu'elle permet de classer est l'ensemble des paniers de biens possibles, alors elle est un préordre *complet* (ou *total*).

Le modèle du consommateur suppose que sa relation de préférence est un préordre complet : le consommateur peut classer tous les paniers de biens possibles, pris deux à deux, et ce classement est cohérent (transitif).

Si la relation $\succcurlyeq$ est un préordre, et non un ordre, c'est parce qu'elle n'exclut pas que l'on ait *à la fois*, $Q \succcurlyeq Q'$ et $Q' \succcurlyeq Q$, sans que cela implique que $Q = Q'$. Si deux paniers différents Q et Q' sont tels que $Q \succcurlyeq Q'$ et $Q' \succcurlyeq Q$, alors on dit qu'ils sont *équivalents*, ou *indifférents*, pour le consommateur. Ce qu'on note :

$$Q \sim Q' \text{ (ou } Q' \sim Q)$$

© Dunod – La photocopie non autorisée est un délit.

Si un panier Q est préféré à un panier Q' sans lui être équivalent, alors on dit qu'il lui est *strictement préféré*, et on note $Q \succcurlyeq Q'$.

II Courbes d'indifférence associées à une relation de préférence

Dans le cas où les paniers ne comportent que deux biens (les quantités des autres biens pouvant être considérées comme fixées), on appelle *courbe d'indifférence* relative à ces deux biens, et à un panier Q donné, la courbe qui relie les paniers de biens qui sont équivalents à Q pour le consommateur. On note I_Q cette courbe.

APPLICATIONS

1. Soit un consommateur non fumeur qui aime les pommes (entières ou en morceaux). Dans un système d'axes où il y a, en abscisses, des quantités de cigarettes et, en ordonnées, des quantités de pommes, les courbes d'indifférence de ce consommateur sont des droites parallèles à l'axe des abscisses (puisque le fait qu'un panier comporte peu ou beaucoup de cigarettes laisse indifférent le consommateur). Ce cas est décrit dans la figure 2.1*a*.

   Dans le cas d'un consommateur fumeur et qui n'aime pas les pommes, les courbes d'indifférence sont alors des droites « verticales » (parallèles à l'axe des ordonnées). Ce cas est décrit dans la figure 2.1*b*.

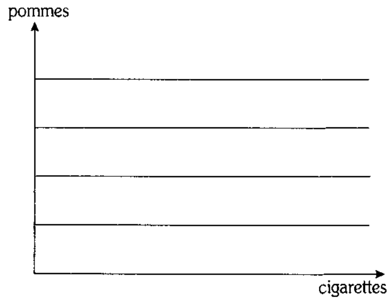

Figure 2.1*a*

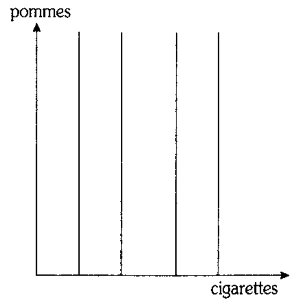

Figure 2.1*b*

Les cas 2.1*a* et 2.1*b* sont des cas extrêmes ; en règle générale, il est supposé que le consommateur apprécie tous les biens pris en compte dans sa relation de préférence, comme dans l'application suivante.

2. Soit un consommateur pour lequel il est équivalent de consommer (boire) q litres d'eau gazeuse ou q litres de limonade (eau gazeuse et limonade sont des *substituts parfaits*). Sa relation de préférence est donc telle que le panier (q_1, q_2) est considéré comme équivalent au panier (q_1', q_2') – où 1 désigne l'eau gazeuse et 2 la limonade – si et seulement s'il comporte autant de liquide (eau gazeuse ou limonade) que lui. Autrement dit :

$$(q_1, q_2) \sim (q_1', q_2') \Leftrightarrow q_1 + q_2 = q_1' + q_2'.$$

Les courbes d'indifférence sont dans ce cas des droites dont la pente est égale à -1, telles celles qui sont tracées dans la figure 2.2.

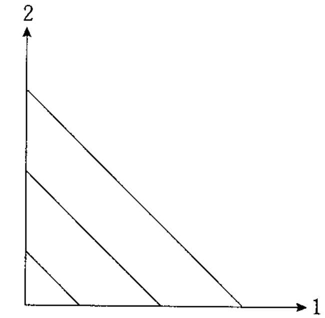

Figure 2.2

L'ensemble des courbes d'indifférence relatives à une relation de préférence est appelé *carte d'indifférence*. Il résulte de la transitivité de la relation de préférence (condition de rationalité) que *deux courbes d'indifférence d'une même carte d'indifférence n'ont pas de point commun (elles ne se coupent pas)*.

Cette propriété vaut pour les *surfaces d'indifférence*, qui sont l'équivalent des courbes d'indifférence dans le cas où il y a plus de deux biens.

III Les hypothèses usuelles sur la relation de préférence

A. Monotonie (ou non saturation)

La monotonie signifie que le consommateur préfère toujours « en avoir plus que moins » : si on lui propose un panier Q' plus fourni qu'un autre, Q, alors il opte pour Q'. Ce qui s'écrit :

$$(q_1' \geqslant q_1, \ldots, q_n' \geqslant q_n) \Rightarrow (q_1', \ldots, q_n') \succcurlyeq (q_1, \ldots, q_n),$$

la préférence étant stricte s'il existe au moins un bien i pour lequel $q_i' > q_i$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$.

La monotonie des préférences a pour conséquence que *les courbes d'indifférence sont décroissantes*. Pour le prouver, considérons un panier quelconque $Q = (q_1, q_2)$ et la courbe d'indifférence I_Q sur laquelle il se trouve. Si on augmente de $\Delta q_1 > 0$ la quantité de bien 1, alors on obtient le panier $Q' = (q_1 + \Delta q_1, q_2)$, qui est *strictement préféré à Q* (en raison de la monotonie des préférences) et qui n'est donc pas sur I_Q. Pour « revenir » à cette courbe, il faut donc retirer du panier Q' une certaine quantité Δq_2 du bien 2 ; le panier obtenu Q'' étant *en-dessous* de Q', la décroissance de I_Q s'ensuit. La figure 2.3 illustre ce qui vient d'être dit :

© Dunod – La photocopie non autorisée est un délit.

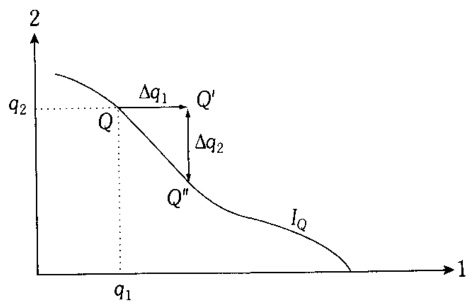

Figure 2.3

Une autre conséquence de la monotonie des préférences est que les paniers de biens qui se trouvent au-dessus d'une courbe d'indifférence donnée sont préférés aux paniers de cette courbe (qui sont, eux, préférés aux paniers en-dessous de la courbe). Lorsqu'il y a monotonie des préférences, toute courbe d'indifférence partage donc le plan (cadran positif) en deux parties : l'une (« au-dessus » de la courbe) qui donne les paniers préférés à ceux de la courbe, l'autre (« en-dessous ») où se trouvent les paniers auxquels ceux de la courbe sont préférés.

B. Convexité des préférences

Il y a convexité des préférences lorsque les courbes d'indifférences sont convexes (*cf.* fiche 26). Ce qui s'écrit, formellement :

$$Q \sim Q' \Rightarrow \lambda Q + (1 - \lambda)Q' \succsim Q \text{ (ou } Q'), \ \forall \lambda \in [0,1].$$

La convexité des préférences signifie donc que le consommateur préfère aux paniers équivalents Q et Q' le « mélange » formé par une fraction λ du panier Q et la fraction $1 - \lambda$ du panier Q' (λ étant compris entre 0 et 1). Elle traduit donc une « préférence pour les mélanges » du consommateur (dans la figure 2.4, le « mélange » $\lambda Q + (1 - \lambda)Q'$ est *strictement* préféré à Q et à Q' : on dit que la convexité des préférences est *stricte*).

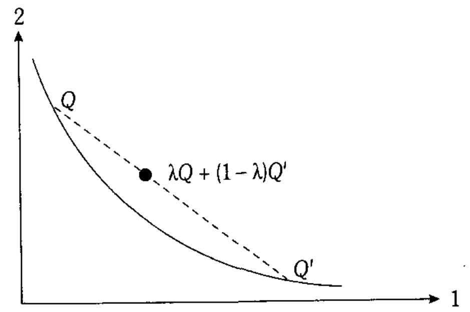

Figure 2.4

C. Désirabilité

Il y a désirabilité d'un bien lorsque le consommateur préfère un panier comportant une quantité, aussi petite que l'on veut (mais non nulle) de ce bien à tout panier ne comportant pas ce bien.

La traduction graphique de la désirabilité d'un bien est que les courbes d'indifférence sont asymptotes à l'axe qui représente la quantité de ce bien.

Lorsqu'il y a désirabilité pour tous les biens et convexité (stricte) des préférences, alors les courbes d'indifférence sont « de type hyperbolique », comme dans la figure 2.4.

D. Continuité

La continuité est une propriété qui intéresse surtout les mathématiciens, car elle intervient lors de la démonstration sur l'existence d'une fonction d'utilité associée à la relation de préférence du consommateur (*cf.* fiche 3). Elle dit que si tous les éléments d'une suite de paniers de biens sont préférés à un panier de bien (quelconque) Q, et si cette suite converge vers un panier Q', alors Q' est préféré à Q.

IV Le taux marginal de substitution

Un taux de substitution entre deux biens, relatif à un panier de biens Q donné, est un *taux d'échange* qui permet de rester sur la courbe d'indifférence où se trouve Q. Par exemple, dans la figure 2.3, le rapport $|\Delta q_2/\Delta q_1|$ est le taux de substitution entre les paniers Q et Q'', tous deux sur la courbe d'indifférence I_Q. Comme celle-ci est décroissante (on a donc supposé qu'il y a monotonie des préférences), Δq_2 et Δq_1 sont de signes opposés ; c'est pourquoi on prend la valeur absolue de leur rapport pour mesurer le taux de substitution (il est plus pratique de raisonner avec des taux d'échange positifs).

Les taux de substitution dépendent donc du panier de biens de référence Q, mais aussi des quantités échangées. Ainsi, dans la figure 2.5, aux deux accroissements Δq_1 et $\Delta° q_1$ correspondent des taux de substitution $-\Delta q_2/\Delta q_1$ et $-\Delta° q_2/\Delta° q_1$ différents (ces taux sont mesurés graphiquement par la pente, au signe près, des segments de droite joignant Q à Q'' et à $Q°$).

Pour éviter le problème de la multiplicité des taux d'échange en Q, on effectue un *passage à la limite*, en faisant tendre Δx_1 vers *0*, le nombre obtenu (s'il existe) étant alors appelé *taux marginal de substitution en Q* et noté $\text{TMS}_{2/1}(Q)$. Graphiquement, le taux marginal de substitution est donc donné par la valeur absolue de la *pente de la tangente en Q à la courbe d'indifférence sur laquelle se trouve Q*.

On peut voir dans le taux marginal de substitution un taux d'échange, puisque c'est une limite de taux d'échange, même si la limite est une opération purement mathématique, non accessible à l'intuition.

Lorsque les courbes d'indifférence sont convexes, donc lorsque le consommateur « aime les mélanges », si un panier de biens comporte « peu » du bien 1 et (relativement) beaucoup

© Dunod – La photocopie non autorisée est un délit.

du bien 2, alors le consommateur est prêt à céder (relativement) beaucoup de bien 2 contre un peu de bien 1 : son taux marginal de substitution est élevé. Il diminue toutefois au fur et à mesure que la quantité du bien 2 augmente, et que celle du bien 1 diminue (on reste sur la même courbe d'indifférence). Convexité des préférences et décroissance du taux marginal de substitution sont donc des propriétés équivalentes.

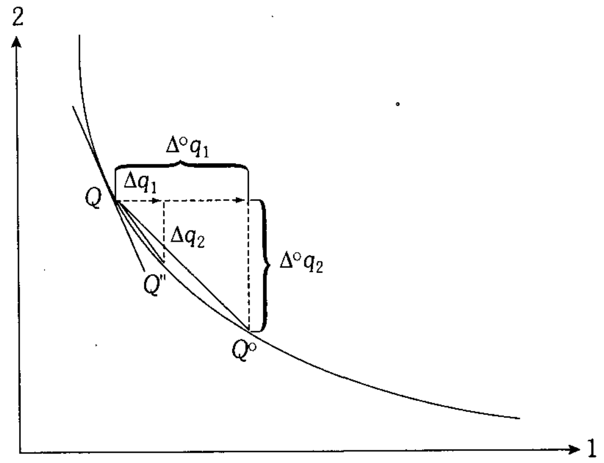

Figure 2.5

APPLICATIONS

1. Si on reprend l'exemple du non fumeur qui aime les pommes, alors son taux marginal de substitution pommes-cigarettes est nul (le consommateur n'est pas disposé à donner une part de pomme, aussi petite soit-elle, pour obtenir une cigarette).
2. Dans le cas du fumeur qui n'aime pas les pommes, le taux marginal de substitution pommes-cigarettes est infini (le consommateur est prêt à échanger un nombre illimité de pommes contre une cigarette).
3. Dans le cas des substituts parfaits, eau gazeuse-limonade (figure 2.2), le taux marginal de substitution est égal à 1, quel que soit le panier envisagé.

3 Le consommateur : l'approche par les fonctions d'utilité

La relation de préférence permet de *classer* les paniers de biens : elle caractérise les goûts du consommateur. Comme elle est, cependant, d'un maniement peu aisé, on cherche à lui associer une *fonction d'utilité*, qui représente aussi ces goûts, mais de façon plus simple.

Une fonction d'utilité est une fonction – au sens mathématique – qui attribue à chaque panier de biens un nombre (réel), dont on suppose généralement qu'il est positif. Les nombres attribués doivent être tels qu'ils respectent le classement opéré par la relation de préférence ; si le panier Q est (strictement) préféré au panier Q', alors le nombre attribué à Q doit être (strictement) supérieur à celui qui est attribué à Q', le même étant attribué à des paniers équivalents (indifférents pour le consommateur).

Si on note $U(\cdot)$ une fonction d'utilité associée à la relation de préférence $\succsim$, on doit donc avoir :

$$\begin{cases} Q \succsim Q' & \Leftrightarrow \quad U(Q) \geqslant U(Q') \\ Q \sim Q' & \Leftrightarrow \quad U(Q) = U(Q'). \end{cases}$$

Le nombre $U(Q)$ est appelé *utilité du panier Q*.

APPLICATION

Soit un consommateur non fumeur mais qui aime les pommes, sans limite (*cf.* fiche 2). Si q_1 désigne une quantité de pommes et q_2 une quantité de cigarettes, alors la fonction $U(\cdot)$ telle que :

$$U(q_1,q_2) = q_1,$$

est une fonction d'utilité qui représente les goûts de ce consommateur (plus un panier comporte de pommes, et mieux il est classé, quel que soit le nombre de cigarettes qu'il comporte).

On remarque, cependant, que les fonctions qui associent au panier (q_1,q_2) les réels aq_1 ou $q_1{}^a$, avec $a > 0$, sont aussi des fonctions d'utilité qui représentent les goûts de ce consommateur. De façon plus générale, si $f(\cdot)$ est une fonction numérique quelconque strictement croissante, alors la fonction composée $f(U(\cdot))$ classe les paniers de biens de la même manière que la fonction d'utilité $U(\cdot)$; $f(U(\cdot))$ représente donc la même relation de préférence que $U(\cdot)$. Autrement dit, une infinité de fonctions d'utilité peuvent représenter une même relation de préférence ; elles se déduisent les unes des autres par des fonctions numériques strictement croissantes.

© Dunod – La photocopie non autorisée est un délit.